

## МИНИМИЗАЦИЯ МАССЫ ДВУХСТУПЕНЧАТЫХ РЕДУКТОРОВ

Шевченко С.В., Муховатый А.А. (ЛГУ им. В.Даля, г. Луганск, ЛНР)  
Тел.: +38(066) 908-96-66; E-mail: [mukhovatyy@mail.ru](mailto:mukhovatyy@mail.ru)

**Abstract:** Calculation of mass-dimensional indicators of a worm and cylindrical and cylindrical and worm reducer depending on reduction ratios of these reducers is presented in article, dependences of reduction ratio of cylindrical drive on the area or volume of a reducer are constructed.

**Key words:** weight, volume, worm and cylindrical reducer, tsilindro-worm reducer, reducer dimensions, reduction ratio.

Снижение массы двухступенчатых редукторов, содержащих червячную передачу, во многом зависит от разбивки общего передаточного числа  $u_{ред}$  по ступеням ( $u_1, u_2$ ). Это связано с тем, что при различных сочетаниях  $u_1$  и  $u_2$  (при  $u_{ред} = const$ ) изменяется не только масса редуктора этой группы, но и его КПД, что связано с зависимостью КПД червячной передачи от ее передаточного числа. Вопросы разбивки  $u_{ред}$  по ступеням для червячно-цилиндрического (ЧЦ) и цилиндрическо-червячного (ЦЧ) редукторов рассматривались в работах [1, 2]. В настоящей статье изложены материалы в продолжение этой тематики.

### 1. Редуктор ЧЦ.

Постановка задачи: установить взаимосвязь между массой редуктора ЧЦ и передаточными числами червячной ( $u_1$ ) и цилиндрической ( $u_2$ ) передач.

Так как масса редуктора и его объем имеют линейную регрессионную зависимость с высоким коэффициентом корреляции, постановку задачи можно переформулировать, заменив в ней термин “масса” на “объем” ( $V$ ). В результате исследование сводится к определению зависимости типа

$$V = H \cdot L \cdot B = V(u_1), \quad (1)$$

где  $H = H(u_1)$ ,  $L = L(u_1)$ ,  $B = B(u_1)$  – условные габариты редуктора, зависящие только от размеров передач, рис. 1 (реальные значения высоты, длины и ширины редуктора, учитывающие зазоры, стенки, фланцы, лапы и другие элементы корпуса, полностью определяются величинами  $H, L, B$ ).

Из рис 1 следует:

$$\begin{aligned} L &= 0,5 \cdot d_{2(1)} + a_{w2} + 0,5 \cdot d_{2(2)}; \\ H &= 0,5 \cdot d_{2(2)} + y; \\ B &= d_{1(1)} + b_w. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь в качестве  $y$  принимается большее из двух значений:

$$y = \begin{cases} 0,5 \cdot d_{2(2)}; \\ a_{w1} + 0,5 \cdot d_{1(1)}. \end{cases} \quad (3)$$

Выражая делительные диаметры  $d_{2(1)}$ ,  $d_{2(2)}$ ,  $d_{1(1)}$  через межосевые расстояния  $a_{w1}$  и  $a_{w2}$ , получим:

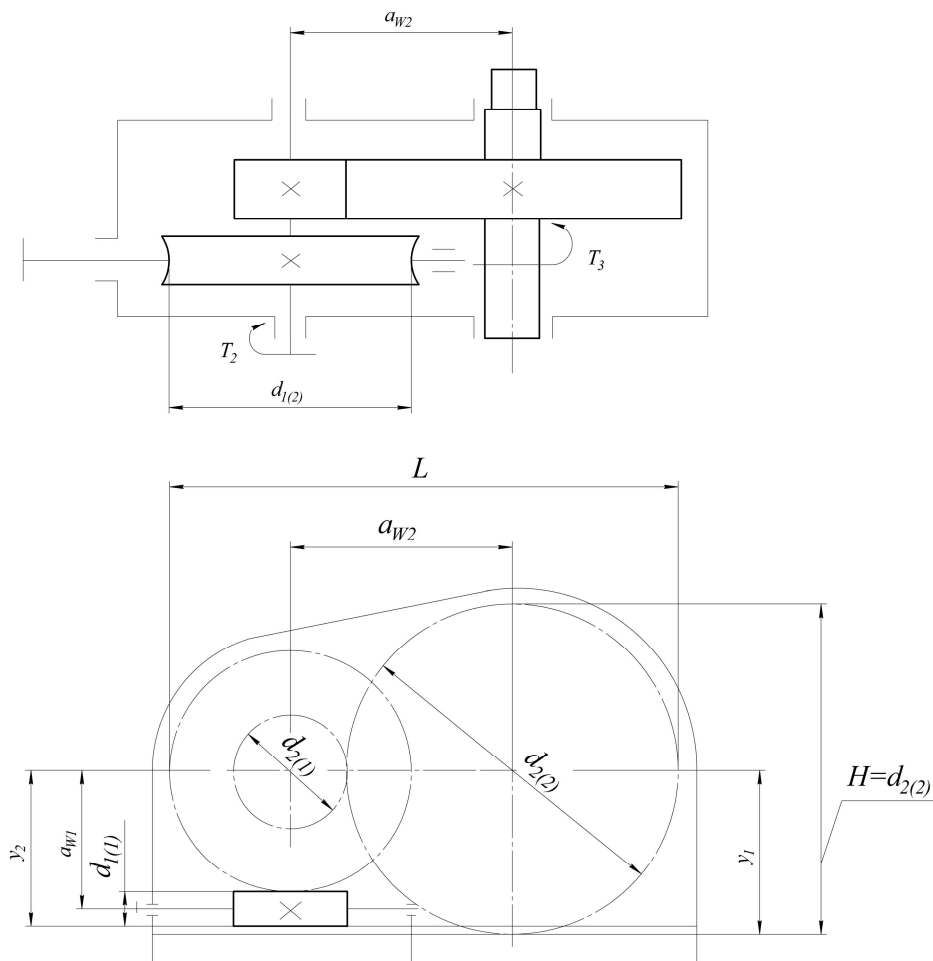


Рис. 1. Схема редуктора ЧЦ

$$L = 0,8 \cdot a_{w1} + \frac{1+2 \cdot u_2}{1+u_2} \cdot a_{w2};$$

$$H = a_{w2} \cdot \frac{u_2}{1+u_2} + y; \quad (4)$$

$$B = 0,4 \cdot a_{w1} + \psi_{ba} \cdot a_{w2}.$$

Чтобы получить зависимость вида (1), подставим в уравнения системы (4) развернутые выражения для  $a_{w1}$  и  $a_{w2}$ :

$$a_{w1} = (1 + z_2 / q) \cdot \sqrt[3]{\frac{5300^2 \cdot K_{H1} \cdot T_2}{[\sigma_H]_1^2 \cdot (z_2 / q)^2}} \approx 628 \cdot \frac{c_1}{\sqrt[3]{u_2}};$$

$$a_{w2} = 430 \cdot (1 + u_2) \cdot \sqrt[3]{\frac{K_{H2} \cdot T_3}{\psi_{ba} \cdot u_2^2 \cdot [\sigma_H]_2^2}} \approx 469 \cdot c_2 \cdot \frac{1+u_2}{\sqrt[3]{\psi_{ba} \cdot u_2^2}};$$

здесь константы:  $c_1 = \sqrt[3]{T_3 / [\sigma_H]_1^2}$ ;  $c_2 = \sqrt[3]{T_3 / [\sigma_H]_2^2}$ .

В этих выражениях было принято:  $z_2 / q = 4$ ;  $K_{H1} = 1,1$ ;  $K_{H2} = 1,3$ ;  $T_2 = T_3 / (u_2 \cdot \eta_2)$ ;  $\eta_2 = 0,97$ .

После подстановки этих соотношений в уравнения (4) и преобразований, с учетом  $u_2 = u_{ред} / u_1$ , искомая зависимость для условного объема редуктора ЧЦ принимает вид:

$$V(u_1) = 502 \cdot \sqrt[3]{\frac{u_1}{u_{ред}}} \cdot \left( c_1 + k_L \cdot \frac{u_1 + 2 \cdot u_{ред}}{\sqrt[3]{u_{ред} \cdot u_1^2}} \right) \cdot \left( k_H \cdot \frac{u_1 + u_{ред}}{\sqrt[3]{u_1 \cdot u_{ред}^2}} + y \right) \cdot \left( k_{B1} \cdot \sqrt[3]{\frac{u_1}{u_{ред}}} + k_{B2} \cdot \frac{u_1 + u_{ред}}{\sqrt[3]{u_{ред} \cdot u_1^2}} \right); \quad (5)$$

здесь:  $k_L = 0,93 \cdot \sqrt[3]{T_3 / (\psi_{ba} \cdot [\sigma_H]_2^2)}$ ;  $k_H = 469 \cdot \sqrt[3]{T_3 / (\psi_{ba} \cdot [\sigma_H]_2^2)}$ ;

$$k_{B1} = 251 \cdot \sqrt[3]{T_3 / [\sigma_H]_1^2}; \quad k_{B2} = 469 \cdot \sqrt[3]{T_3 \cdot \psi_{ba}^2 / [\sigma_H]_2^2}.$$

Поиск экстремального значения функции (5) проводился по уравнению

$$dV(u_1) / du_1 = 0 \quad (6)$$

при следующих константах:  $u_p = 120$ ;  $T_3 = 1300 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ;  $\psi_{ba} = 0,2$ .

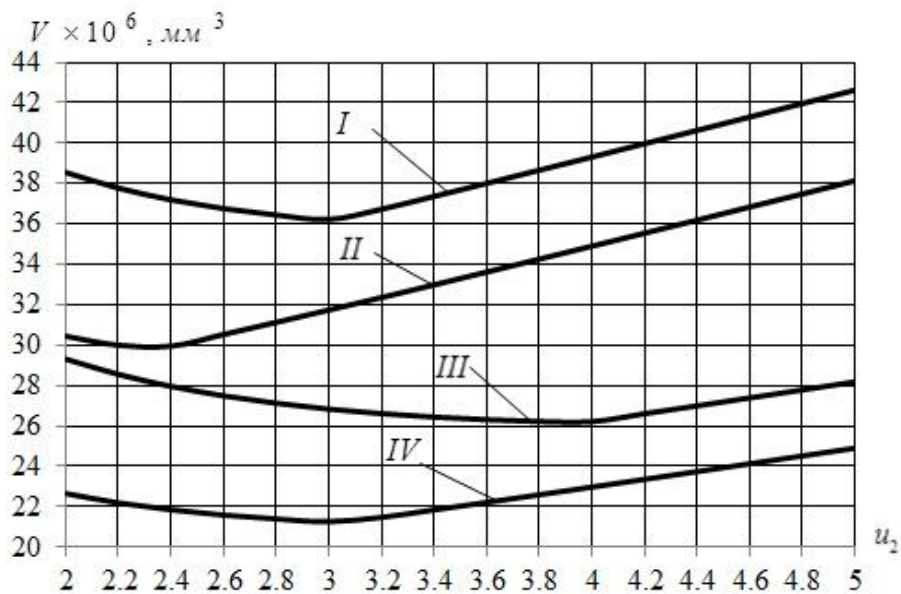


Рис. 2. Зависимость объема редуктора ЧЦ от передаточного числа тихоходной ступени

Допускаемые напряжения  $[\sigma_H]_1 = 135$  и  $175$  (МПа) относятся к червячной передаче, у которой зубья колеса изготовлены из безоловянистых и оловянистых бронз

соответственно; допускаемые напряжения  $[\sigma_H]_2=449$  и  $589$  (МПа) относятся к цилиндрической передаче, зубья шестерни и колеса которой улучшены или имеют большой перепад твердостей соответственно.

На рис. 2 приведены функции  $V = V(u_2)$ , которые получены из уравнения (5) при замене переменной  $u_1$  на  $u_2$ , используя соотношение  $u_1 = u_{ред} / u_2$ .

Линии I, II, III и IV на рис. 2 построены по допускаемым напряжениям с соответствующими цифрами в табл. 1.

Таблица 1 - Сочетание допускаемых напряжений для цилиндрической и червячной передачи

	I	II	III	IV
$[\sigma_H]_1$	135	175	135	175
$[\sigma_H]_2$	449	449	589	589

## 2. Редуктор ЦЧ.

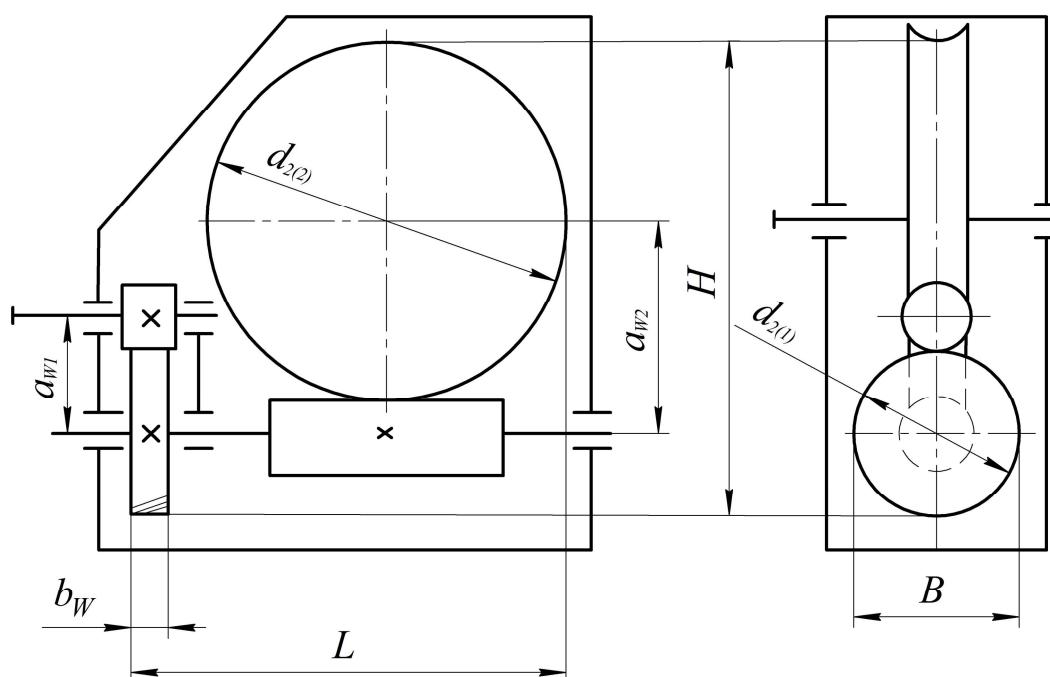


Рис. 3. Схема редуктора ЦЧ

Постановка задачи: проанализировать влияние разбивки  $u_{ред}$  редуктора ЦЧ по ступеням на фронтальную площадь корпуса  $S = H \cdot L$ , рис. 3. Такая постановка задачи правомерна, поскольку размеры  $H$  и  $L$  в редукторе ЦЧ примерно одинаковы, а его ширина  $B$  в несколько раз меньше каждого из них.

Так как в редукторе ЦЧ содержатся передачи того же типа, что и в ЧЦ (но на других ступенях), приведем без промежуточных выкладок сразу окончательные зависимости для высоты  $H$ , длины  $L$  и фронтальной площади  $S = H \cdot L$ :

$$\begin{aligned}
 H(u_1) &= c_{2H}^* + c_{1H}^* \cdot \sqrt[3]{\frac{u_1^2}{\eta_2}}; & L(u_1) &= c_{1L}^* \cdot \frac{1+u_1}{\sqrt[3]{u_1 \cdot \eta_2}} + c_{2L}^*; \\
 S(u_1) &= \left( c_{2H}^* + c_{1H}^* \cdot \sqrt[3]{\frac{u_1^2}{\eta_2}} \right) \cdot \left[ c_{1L}^* \cdot (1+u_1) \cdot \sqrt[3]{\frac{u_1}{\eta_2}} + c_{2L}^* \right];
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

где:

$$\begin{aligned}
 c_{1H}^* &= 469 \cdot \sqrt[3]{T_3 / (u_{ред} \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma_H]_1^2)}; & c_{1L}^* &= \psi_{ba} \cdot c_{1H}^*; \\
 c_{2H}^* &= 1120 \cdot \sqrt[3]{T_3 / [\sigma_H]_1^2}; & c_{2L}^* &= 0,978 \cdot c_{2H}^*.
 \end{aligned}$$

В процессе расчетов по уравнениям (7) значение КПД червячной передачи  $\eta_2$  изменялось по мере изменения  $u_2 = u_{ред} / u_1$ , так как величина  $u_1$  является переменным параметром. В связи с этим была получена зависимость вида  $\eta_2 = \eta_2(u_2)$ :

$$\eta_2 = \frac{tg\gamma}{tg(\gamma + \varphi')} = tg\gamma \cdot \frac{1 - tg\gamma \cdot tg\varphi'}{tg\gamma + tg\varphi'} = (z_1 / q) \cdot \frac{1 - (z_1 / q) \cdot f'}{(z_1 / q) + f'} = \frac{z_2}{u_2 \cdot q} \cdot \frac{1 - \frac{z_2}{u_2 \cdot q} \cdot f'}{\frac{z_2}{u_2 \cdot q} + f'}.$$

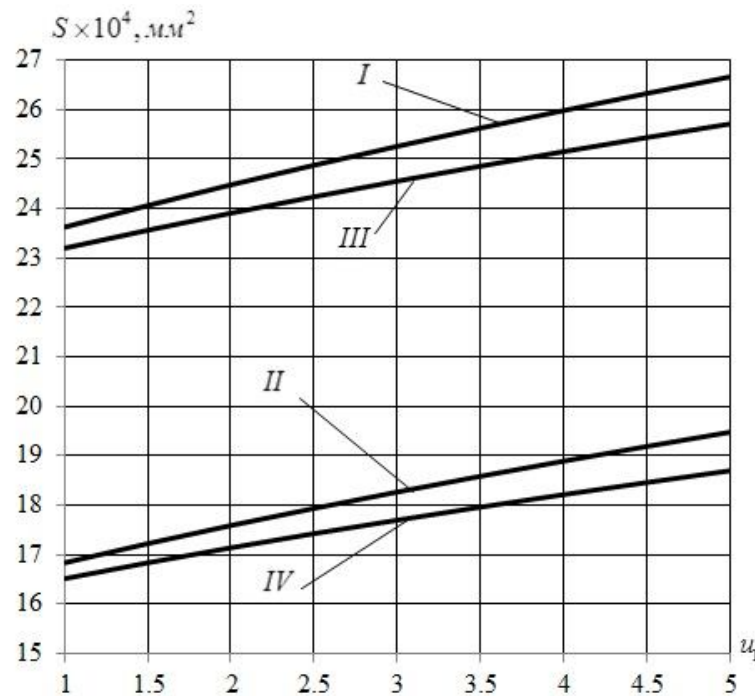


Рис. 4. Зависимость фронтальной площади редуктора ЦЧ от передаточного числа быстроходной ступени

Для рекомендуемого соотношения  $z_2 / q \approx 4$ , после преобразований, получим:

$$\eta_2 = \eta_2(u_2) \approx \frac{4}{u_2} \cdot \frac{u_2 - 4 \cdot f'}{4 + f' \cdot u_2}.
 \tag{8}$$

Здесь  $f' = tg\varphi'$  – приведенный коэффициент трения, выраженный через приведенный угол трения  $\varphi'$  :

$f' \approx 0,035$  для зубьев из безоловянистых бронз и латуней;

$f' \approx 0,016$  для зубьев из оловянистых бронз; (в обоих случаях витки червяка стальные).

Выражение (8) является приближенным, однако оно дает более точный результат, чем известное эмпирическое соотношение

$$\eta_2 \approx 0,9 \cdot (1 - u_2 / 200),$$

которое не содержит в явном виде характеристики трения.

Графические изображения функций  $S = S(u_1)$  для различных сочетаний  $[\sigma_H]_1$  и  $[\sigma_H]_2$  (табл. 1) представлены на рис. 4. В отличие от редуктора ЧЦ, значения  $[\sigma_H]_1$  здесь относятся к цилиндрической передаче, а  $[\sigma_H]_2$  – к червячной передаче.

#### **Выводы.**

##### **1. Редуктор ЧЦ.**

Функция  $V = V(u_1, u_{ред})$  при определенных значениях  $u_1$  имеет экстремум, причем  $V = V_{min}$ , рис.2. С ростом  $u_1$  (при  $u_{ред} = const$ ) передаточное число червячной передачи  $u_2$  уменьшается и, как следствие, ее КПД возрастает, что положительно сказывается и на КПД редуктора в целом. Для получения минимально возможных габаритов редуктора ЧЦ значение  $u_1$  можно принимать по графикам, рис. 2, в тех точках, которые соответствуют  $V = V_{min}$ , что, в свою очередь, позволяет минимизировать массу редуктора для заданных параметров  $u_{ред}$ ,  $T_3$ ,  $\psi_{ba}$ ,  $[\sigma_H]_1$ ,  $[\sigma_H]_2$ .

##### **2. Редуктор ЦЧ.**

Фронтальная площадь  $S = S(u_1)$  в редукторах ЦЧ являются монотонно возрастающей функцией, не имеющей экстремума в пределах реально применяемых значений  $u_1$ , рис. 4. По этой причине для редукторов ЦЧ можно рекомендовать делать разбивку  $u_{ред}$  так, чтобы  $u_1$  было небольшим (при этом  $u_2 = u_{ред} / u_1$ , естественно, будет большой величиной). Это обеспечит относительно небольшую массу редуктора ЦЧ для заданного  $u_{ред}$ . Следует однако иметь в виду, что с увеличением значения  $u_2$  падает КПД червячной передачи. Поэтому окончательный выбор  $u_1$  и  $u_2$  для редуктора ЦЧ зависит от того, какой из критериев является приоритетным – его масса или КПД.

**Список литературы:** 1. Шевченко С.В., Ковтун А.С. Критериальная разбивка общего передаточного числа редуктора ЧЦ по ступеням// Подъемно-транспортная техника. – Днепропетровск, 2009. – №3 – С. 87-96. 2. Шевченко С.В., Ткач П.Н. Параметрическая оптимизация цилиндрических редукторов// Подъемно-транспортная техника. – Днепропетровск, 2011. – №2 – С. 18-25. 3. Левитан Ю.В. Червячные редукторы: Справочник / Ю.В. Левитан, В.П. Обморнов, В.И. Васильев. – Л.: Машиностроение, 1985. – 168 с. 4. Редукторы червячные цилиндрические общепромышленного применения. Расчет коэффициента полезного действия. – М.: ВНИИТЭМР, 1985 – 41 с. 5. Машиностроение. Энциклопедия. В 40 т. Т. IV-1. Детали машин. Конструкционная прочность. Трение, износ смазка. / Под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Машиностроение, 1995. – 864 с.